

## 2018 年中华人民共和国普通高等学校联合招收 华侨、港澳地区及台湾省学生入学考试 数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{1, 2, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 5\}$ , 则  $(C_U A) \cap B =$

- (A)  $\{4, 5\}$       (B)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$       (C)  $\{2, 4, 5\}$       (D)  $\{3, 4, 5\}$

(2) 要得到  $y = \cos x$ , 则要将  $y = \sin x$

- (A) 向左平移  $\pi$  个单位      (B) 向右平移  $\pi$  个单位  
(C) 向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位      (D) 向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位

(3) 设  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ , 则  $z^2 + z =$

- (A)  $-1$       (B)  $0$       (C)  $1$       (D)  $2$

(4) 若函数  $f(x) = ax^2 + 1$  图像上点  $(1, f(1))$  处的切线平行于直线  $y = 2x + 1$ , 则  $a =$

- (A)  $-1$       (B)  $0$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $1$

(5) 已知  $\alpha$  为第二象限的角, 且  $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ , 则  $\sin \alpha + \cos \alpha =$

- (A)  $-\frac{7}{5}$       (B)  $-\frac{3}{4}$       (C)  $-\frac{1}{5}$       (D)  $\frac{1}{5}$

(6) 已知  $a + b > 0$ , 则

- (A)  $2^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$       (B)  $2^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$       (C)  $2^a < 2^b$       (D)  $2^a > 2^b$

(7) 甲、乙、丙、丁、戊站成一排, 甲不在两端的概率

- (A)  $\frac{4}{5}$       (B)  $\frac{3}{5}$       (C)  $\frac{2}{5}$       (D)  $\frac{1}{5}$

(8)  $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$  的递增区间是

- (A)  $(-\infty, 1)$       (B)  $(1, \frac{3}{2})$       (C)  $(\frac{3}{2}, +\infty)$       (D)  $(2, +\infty)$

(9) 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  过点  $(-4, \frac{3}{5})$  和  $(3, -\frac{4}{5})$ , 则椭圆离心率  $e =$

- (A)  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$       (B)  $\frac{\sqrt{6}}{5}$       (C)  $\frac{1}{5}$       (D)  $\frac{2}{5}$

(10) 过抛物线  $y^2 = 2x$  的焦点且与  $x$  轴垂直的直线与抛物线交于  $M$ 、 $N$  两点,  $O$  为坐标原点,

则  $\overline{OM} \cdot \overline{ON} =$

- (A)  $\frac{3}{4}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $-\frac{1}{4}$       (D)  $-\frac{3}{4}$

(11) 若四面体棱长都相等, 则相邻两侧面所成的二面角的余弦值为

- (A)  $\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{2}{3}$

(12) 已知等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_4 = 1$ ,  $S_8 = 3$ , 则  $a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} =$

- (A) 8      (B) 6      (C) 4      (D) 2

二、填空题: 本大题共 6 小题; 每小题 5 分.

(13) 坐标原点关于直线  $x - y - 6 = 0$  的对称点的坐标为\_\_\_\_\_.

(14) 已知三棱锥  $O-ABC$  的体积为 1,  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  分别为  $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$  的中点, 则三棱锥

$O-A_1B_1C_1$  的体积为\_\_\_\_\_.

(15) 多项式  $(1+x)^3 + (1+x)^4$  中  $x^2$  的系数为\_\_\_\_\_. (用数字填写答案)

(16) 过点  $(2, -3, 1)$  且与平面  $x - y + 3z - 5 = 0$  和  $x + 2y - 3z = 0$  都垂直的平面方程为

\_\_\_\_\_.

(17) 关于  $x$  的多项式  $x^3 + x^2 + ax + 1$  被  $x+2$  除的余式和被  $x-2$  除的余式相等, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

- (18) 长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ,  $AB=AD=4$ ,  $AA_1=8$ ,  $E$ 、 $F$ 、 $G$  为  $AB$ 、 $A_1B_1$ 、 $DD_1$  的中点,  $H$  为  $A_1D_1$  上一点, 则  $A_1H=1$ , 求异面直线  $FH$  与  $EG$  所成角的余弦值\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 4 小题; 每小题 15 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(19) (15 分) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  对应边  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 外接圆半径为 1, 已知  $2(\sin^2 A - \sin^2 C) = (a - b)\sin B$ .

(1) 证明  $a^2 + b^2 - c^2 = ab$ ;

(2) 求角  $C$  和边  $c$ .

(20) (15分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,  $a_1 = \sqrt{2}$ ,  $a_n > 0$ ,  $a_{n+1} \cdot (S_{n+1} + S_n) = 2$ .

(1) 求 $S_n$ ;

(2) 求 $\frac{1}{S_1 + S_2} + \frac{1}{S_2 + S_3} + \dots + \frac{1}{S_n + S_{n+1}}$ .

华师导航教育

(21) (15分) 双曲线  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ ,  $F_1, F_2$  为其左右焦点,  $C$  是以  $F_2$  为圆心且过原点的圆.

(1) 求  $C$  的轨迹方程; (2) 动点  $P$  在  $C$  上运动,  $M$  满足  $\overline{F_1M} = 2\overline{MP}$ , 求  $M$  的轨迹方程.

华师导航教育

(22) (15分)  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $f(0) \neq 0$ , 且  $f(2x_1) + f(2x_2) = f(x_1 + x_2) \cdot f(x_1 - x_2)$ .

(1) 求  $f(0)$ ; (2) 求证  $f(x)$  为偶函数; (3) 若  $f(\pi) = 0$ , 求证  $f(x)$  为周期函数.

华师导航教育