

2017 年中华人民共和国普通高等学校
联合招收华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试

数 学

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B =$

- (A) $\{2\}$ (B) $\{2, 3\}$ (C) $\{3, 4\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4\}$

(2) $\cos 20^\circ \cos 25^\circ - \sin 20^\circ \sin 25^\circ =$

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) 设向量 $\vec{a} = (\sqrt{3}, 1)$, $\vec{b} = (-\sqrt{3}, 1)$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为

- (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

(4) 复数 $(\frac{\sqrt{3}+i}{2})^2 =$

- (A) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ (B) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$ (C) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ (D) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}$

(5) 设等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , $a_1 = 4, S_5 \geq S_4 \geq S_6$, 则公差 d 的取值范围是

- (A) $[-1, -\frac{8}{9}]$ (B) $[-1, -\frac{4}{5}]$ (C) $[-\frac{8}{9}, -\frac{4}{5}]$ (D) $[-1, 0]$

(6) 椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$, 点 P 在 C 上, $|F_2P| = 2$, $\angle F_1F_2P = \frac{2\pi}{3}$, 则 C 的长轴长为

- (A) 2 (B) $2\sqrt{3}$ (C) $2 + \sqrt{3}$ (D) $2 + 2\sqrt{3}$

(7) 函数 $y = f(x)$ 的图像与函数 $y = \ln(x-1)$ 的图像关于 y 轴对称, 则 $f(x) =$

- (A) $-\ln(x-1)$ (B) $\ln(-x+1)$ (C) $\ln(-x-1)$ (D) $\ln(x+1)$

(8) 设 $0 < a < 1$, 则

(A) $\log_2 a > \log_{\sqrt{2}} \sqrt{a}$

(B) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{a} > \log_{\sqrt{2}} a$

(C) $\log_2 a < \log_{\sqrt{2}} a$

(D) $\log_2 \sqrt{a} < \log_{\sqrt{2}} a$

(9) 4 个数字 1 和 4 个数字 2 可以组成不同的八位数共有

(A) 16 个

(B) 70 个

(C) 140 个

(D) 256 个

(10) 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各棱长均为 1, D 为 AA_1 的中点, 则四面体 A_1BCD 的体积是

(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{24}$

(11) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(c, 0)$, 直线 $y = k(x - c)$ 与 C 的右支

有两个交点, 则

(A) $|k| < \frac{b}{a}$

(B) $|k| > \frac{b}{a}$

(C) $|k| < \frac{c}{a}$

(D) $|k| > \frac{c}{a}$

(12) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 若 $g(x) = f(x+1)$ 和 $h(x) = f(x-1)$ 都是偶函数, 则

(A) $f(x)$ 是偶函数

(B) $f(x)$ 是奇函数

(C) $f(2) = f(4)$

(D) $f(3) = f(5)$

二、填空题: 本大题共 6 小题; 每小题 5 分。

(13) $(x-2)^6$ 展开式中 x^2 的系数是_____。(用数字作答)

(14) 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 的中点, $AB=8$, $AC=6$, $AD=5$, 则 $BC=_____$.

(15) 若曲线 $y = x + \frac{1}{x-1} (x > 1)$ 的切线 l 与直线 $y = \frac{3}{4}x$ 平行, 则 l 的方程为_____.

(16) 直线 $x - \sqrt{3}y - 2 = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 截得的线段长为_____.

(17) 若多项式 $p(x)$ 满足 $P(2) = 1$, $P(-1) = 2$, 则 $p(x)$ 被 $x^2 - x - 2$ 除所得的余式为_____.

(18) 在空间直角坐标系中, 向量 \vec{a} 在三个坐标平面内的正投影的长度分别为 2, 2, 1, 则 $|\vec{a}| = _____$.

三、解答题：本大题共 4 小题，每小题 15 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(19) 设数列 $\{b_n\}$ 的各项都为正数，且 $b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n + 1}$ 。

(I) 证明数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 为等差数列；

(II) 设 $b_1 = 1$ ，求数列 $\{b_n b_{n+1}\}$ 的前 n 项和 S_n 。

(20) 已知函数 $f(x) = ax^3 - 3(a+1)x^2 + 12x$.

(I) 当 $a > 0$ 时, 求 $f(x)$ 的极小值;

(II) 当 $a \leq 0$ 时, 讨论方程 $f(x) = 0$ 实根的个数.

(21) 袋中有 m 个白球和 n 个黑球, $m \geq n \geq 1$.

(I) 若 $m=6$, $n=5$, 一次随机抽取两个球, 求两个球颜色相同的概率;

(II) 有放回地抽取两次, 每次随机抽取一个球, 若两次取出球颜色相同的概率为 $\frac{5}{8}$, 求 $m:n$.

(22) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的中心为 O , 左焦点为 E , 左顶点为 A , 短轴的一个端点为 B ,

短轴长为 4, $\triangle ABF$ 的面积为 $\sqrt{5} - 1$.

(I) 求 a, b ;

(II) 设直线 l 与 C 交与 P, Q 两点, $M(2,2)$, 四边形 $OPMQ$ 为平行四边形, 求 l 的方程.